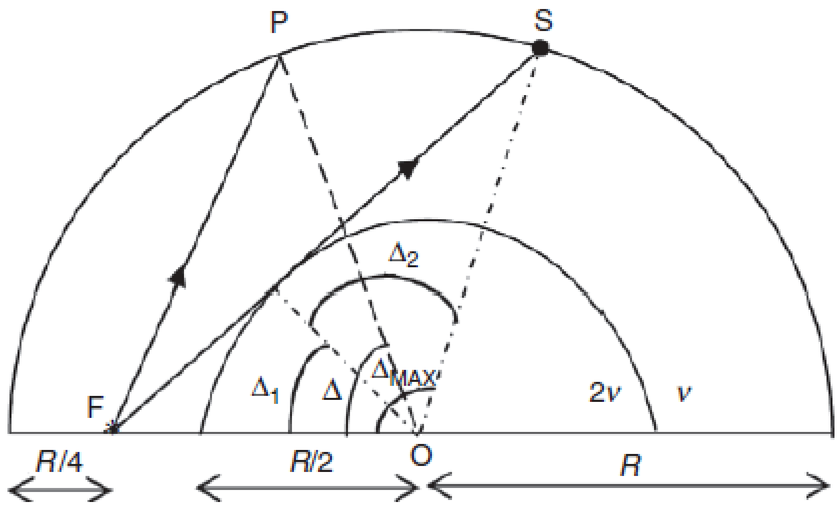
23)

Pretpostavimo da se Zemlja sastoji od plašta debljine R i jezgre polumjera $R/2$, s brzinama v i $2v$. Ako imamo žarište potresa na dubini $R/4$ ispod površine, izvedite izraze za vremena putovanja a) direktnih i b) reflektiranih valova.



a) <u>za direktni val:</u>

$$t_1 = \frac{\overline{\mathrm{FP}}}{v}$$

kosinusov poučak:

$$\overline{\mathrm{FP}} = \sqrt{\left(\frac{3R}{4}\right)^2 + R^2 - 2R\frac{3R}{4}\cos\Delta}$$

$$t_1 = \frac{R}{v}\sqrt{\frac{25}{16} - \frac{3}{2}\cos\Delta} \qquad (1)$$

maksimalna udaljenost:

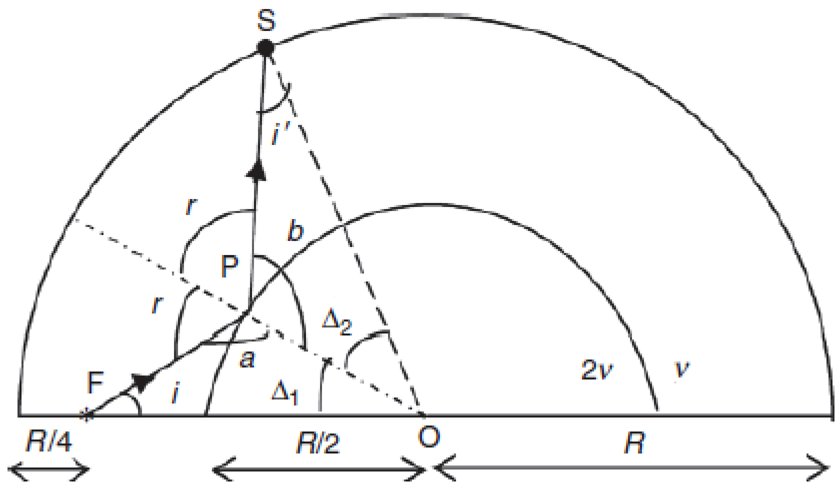
$$\Delta_{\max} = \Delta_1 + \Delta_2$$

$$\cos\Delta_1 = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{3R}{4}} \Rightarrow \Delta_1 = 48.2^\circ$$

$$\cos\Delta_2 = \frac{\frac{R}{2}}{R} \Rightarrow \Delta_2 = 60.0^\circ$$

$$\Delta_{\max} = 48.2 + 60.0 = 108.2^\circ$$

b) <u>za reflektirani val:</u>



vrijeme putovanja vala:

$$t_2 = \frac{\overline{FP}}{v} + \frac{\overline{PS}}{v}$$

u odnosu na R, Δ_1 i Δ_2; uz kosinusov poučak u trokutima $\triangle$FOP i $\triangle$SOP

$$\overline{FP} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}R\right)^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 - 2\frac{R}{2}\frac{3R}{4}\cos\Delta_1}$$

$$\overline{PS} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 - 2\frac{R}{2}\cos\Delta_2}$$

$$\Rightarrow \quad t_2 = \frac{R\sqrt{\frac{13}{16} - \frac{3}{4}\cos\Delta_1}}{v} + \frac{R\sqrt{\frac{5}{4} - \cos\Delta_2}}{v} \tag{2}$$

Δ_1 i Δ_2 izrazimo u odnosu na kut i kojim zraka izlazi iz žarišta (F).

SNELL-ov zakon daje vezu između i i i' kod postaje (S):

$$\frac{\frac{3R}{4}\sin i}{v} = \frac{\frac{R}{2}\sin r}{v} = \frac{R\sin i'}{v} \Rightarrow \sin i' = \frac{3}{4}\sin i \tag{3}$$

za trokut $\triangle$ FOP:

$$i + a + \Delta_1 = 180^\circ$$
$$\frac{\sin a}{\frac{3R}{4}} = \frac{\sin i}{\frac{R}{2}}$$

$$2\sin(\Delta_1 + i) = 3\sin i \qquad (4)$$

i za trokut $\triangle$ POS:

$$b = 180^\circ - \Delta_2 - i'$$
$$\frac{\sin i'}{\frac{R}{2}} = \frac{\sin b}{R}$$

$$2\sin i' = \sin(\Delta_2 + i') \qquad (5)$$

Iz jednadžbi (3), (4) i (5) možemo izračunati Δ_1 i Δ_2 iz kuta *i* kojim zraka izlazi iz žarišta (F)

DZ:

Izračunati i nacrtati hodokrone:

i (°)	i' (°)	Δ_1 (°)	Δ_2 (°)	Δ (°)	t_2 (R/v)
0					
10					
30					
40					
41.8					

Nacrtati hodohrone $t_2(R/v)$ u ovisnosti o Δ(°)

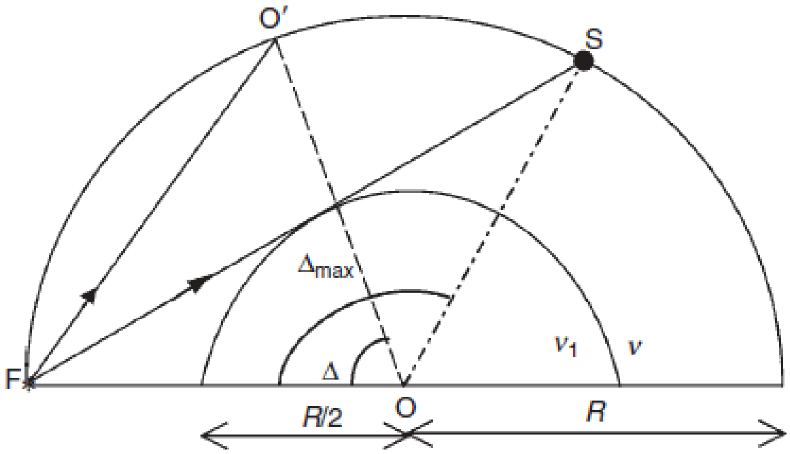
Za kuteve > 108.2° nema reflektiranih valova!

24)

Pretpostavimo sfernu Zemlju radijusa ***3000 km*** te konstantne brzine rasprostiranja P-valova od ***4 kms***$^{-1}$. Unutar Zemlje je jezgra radijusa ***R/2***, konstantne brzine v_1. Na postaji epicentralne udaljenosti Δ, za slučaj površinskog potresa, opažena je razlika nastupnih vremena P- i S-valova $t_{S-P} = 547.0\ s$. Ako je Poissonov omjer ***1/6*** i nastupno vrijeme P-valova ***12h 23m 20.4s***, izračunajte:

a) epicentralnu udaljenost

b) hipocentralno vrijeme (vrijeme nastanka potresa)



a)

$$t = \frac{\overline{\mathrm{FO'}}}{v} = 2\frac{R}{v}\sin\frac{\Delta}{2} \qquad (1)$$

provjeravamo da li na postaju dolazi direktni val?

$$\cos\frac{\Delta_{\max}}{2} = \frac{\frac{R}{2}}{R} \Rightarrow \Delta_{\max} = 120°$$

$$\sigma = \frac{1}{6} = \frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)} \Rightarrow \mu = 2\lambda$$

Pa je odnos između brzine rasprostiranja P i S valova (α i β) jednak:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = \sqrt{\dfrac{\lambda+2\mu}{\rho}} \\ \beta = \sqrt{\dfrac{\mu}{\rho}} \end{array}\right\} \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{5}{2}}\beta \Rightarrow \beta = 2.53\,\mathrm{km\,s^{-1}}$$

Iz (1) uz pretpostavku da P i S imaju istu putanju, iz intervala T^{S-P} dobijemo epicentralnu udaljenost Δ:

$$t^{\text{S-P}} = 2R\sin\frac{\Delta}{2}\left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha}\right) \Rightarrow \Delta = 77.7°$$

$$\Delta < \Delta_{\max}.$$

c) za izračunavanje nastupnog vremena potresa prvo izračunamo vrijeme putovanja vala:

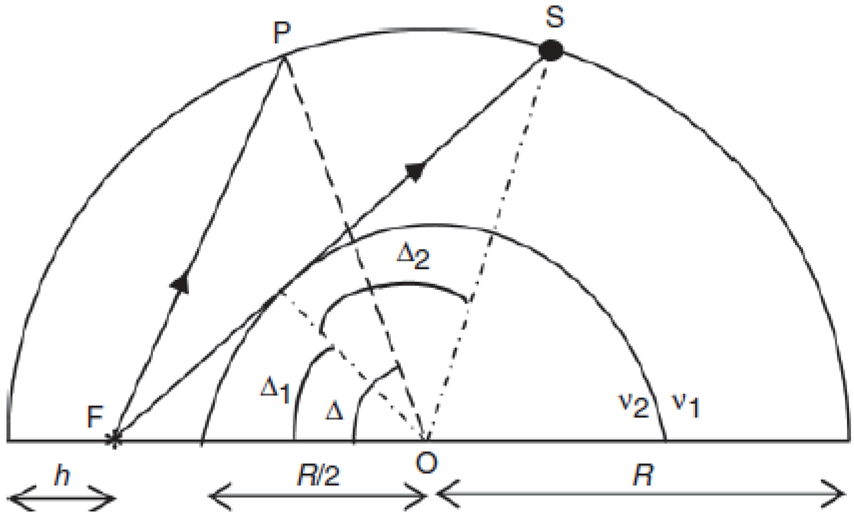
$$t^{P} = \frac{2R}{\alpha}\sin\frac{\Delta}{2} = 2\,\frac{3000}{4}\sin\frac{77.7}{2} = 940.9\,\mathrm{s}$$

pa je

$$t_0 = 12\,\mathrm{h}\;\;23\;\;\mathrm{m}\;\;20.4\,\mathrm{s} - 940.9\,\mathrm{s} = 12\,\mathrm{h}\;\;07\,\mathrm{m}\;\;39.5\,\mathrm{s}$$

25)

Pretpostavimo da se Zemlja sastoji od sfere radijusa ***4000 km***, Poissonova omjera ***1/8*** i konstantne brzine rasprostiranja S-valova od ***3 kms^{-1}***. Unutar nje je tekuća jezgra radijusa ***R/2***. Dogodi se potres žarišta u unutrašnjosti Zemlje, a na postaji epicentralne udaljenosti ***Δ*** opažena je razlika nastupnih vremena P- i S-valova $t_{S-P} = 600\ s$. Žarište može biti na dubinama ili ***R/10*** ili ***2R/5***. Izračunajte točnu dubinu žarišta i odgovarajuću epicentralnu udaljenost.



Prvo računamo Δ_{max} za direktne zrake koje ne zalaze u koru, prema slici

$$\Delta_{\max} = \Delta_1 + \Delta_2$$

$$\cos\Delta_1 = \frac{\frac{R}{2}}{R-h}$$

$$\cos\Delta_2 = \frac{\frac{R}{2}}{R} \Rightarrow \Delta_2 = 60^\circ$$

za $$h = \frac{R}{10} \Rightarrow \cos\Delta_1 = \frac{5}{9} \Rightarrow \Delta_1 = 56^\circ \Rightarrow \Delta_{\max} = 116^\circ$$

za $$h = \frac{2}{5}R \Rightarrow \cos\Delta_1 = \frac{5}{6} \Rightarrow \Delta_1 = 33.56^\circ \Rightarrow \Delta_{\max} = 94^\circ$$

Za točku na površini na udaljenosti Δ razlika u nastupnim vremenima $t^{S\text{-}P}$ (uz pretpostavku da S i P imaju istu putanju)

$$t^{S\text{-}P} = \frac{\overline{FP}}{\beta} - \frac{\overline{FP}}{\alpha} = \frac{\overline{FP}}{\alpha\beta}(\alpha - \beta) \qquad (1)$$

Iz σ omjer između brzina P i S valova je:

$$\sigma = \frac{1}{8} = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \Rightarrow \lambda = \frac{\mu}{3} \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{7\mu}{3\rho}} = \sqrt{\frac{7}{3}}\beta$$

I uvrštavanjem u (1): $t^{S\text{-}P} = 600\text{s}$ dobijemo $\overline{FP}$ duljinu zrake:

$$\overline{\mathrm{FP}} = 600 \frac{\alpha\beta}{(\alpha - \beta)} = 5212\,\mathrm{km}$$

Iz kosinusovog poučka iz trokuta FOP

$$\cos\Delta = \frac{\overline{\mathrm{FP}}^2 - (R-h)^2 - R^2}{2R(R-h)}$$

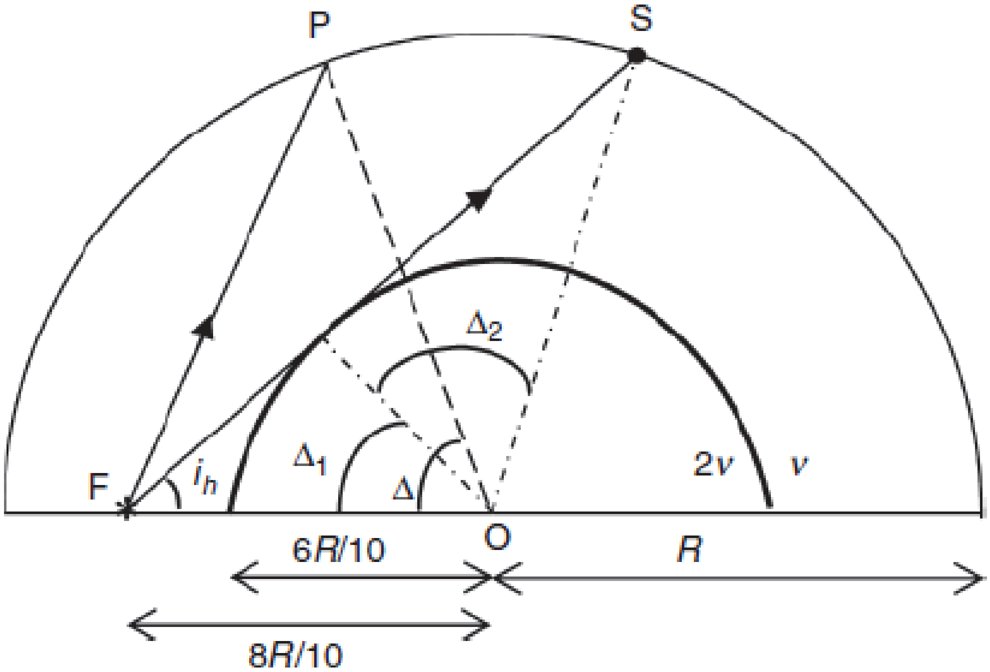
h = 2R/5 => $\Delta = 106°$ > $\Delta max = 94°$!!

h = R/10 => $\Delta = 86°$ ✓ => h = 400km

26)

Pretpostavimo model Zemlje radijusa ***R***, konstantne brzine ***v***, s jezgrom radijusa ***6R/10***, konstantne brzine rasprostiranja seizmičkih valova ***2v***. Dogodi se potres žarišta ***8R/10*** od središta Zemlje. Promatramo val koji izlazi iz žarišta pod kutem od ***15°***.

a) Hoće li taj val proći kroz jezgru?
b) Do koje epicentralne udaljenosti će doći?
c) Koje će biti vrijeme putovanja tog vala (u jedinicama ***R/v***)?



a) prvo računamo maksimalnu epicentralnu udaljenost u kojoj zrake ne ulaze u jezgru

$$\Delta_{\max} = \Delta_1 + \Delta_2$$

$$\cos \Delta_1 = \frac{\frac{6}{10}R}{\frac{8}{10}R} \Rightarrow \Delta_1 = 41.4°$$

$$\cos \Delta_2 = \frac{\frac{6}{10}R}{R} \Rightarrow \Delta_2 = 53.1°$$

za tu vrijednost i tu zraku računamo i_h

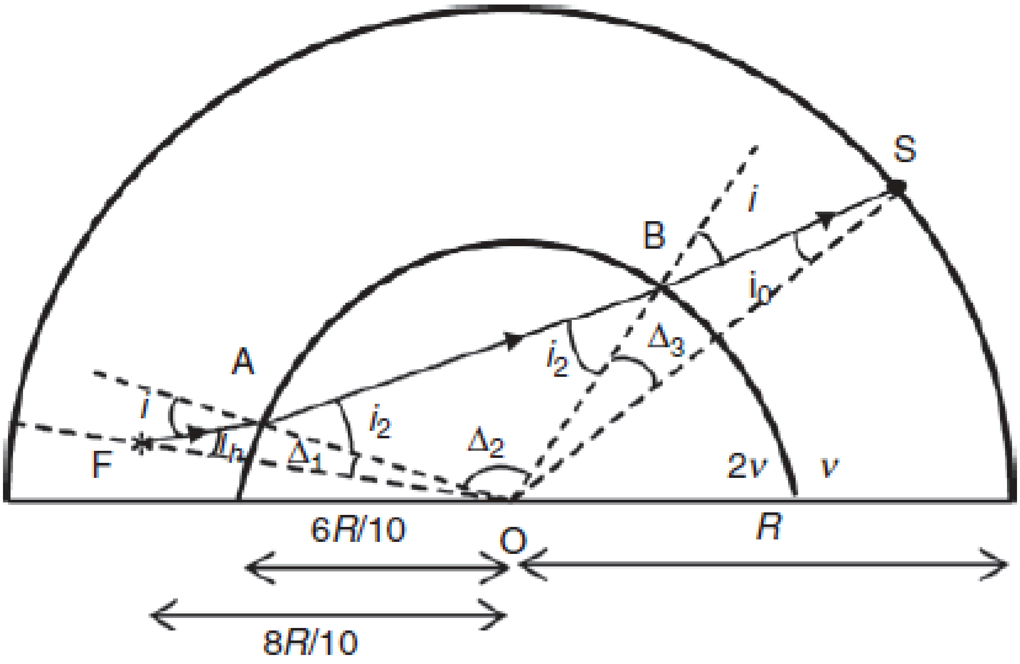
$$\Delta_1 + i_h = 90° \Rightarrow i_h = 48.6°$$

Za $i_h < 48.6°$ zrake putuju kroz jezgru

Brzina u jezgri je veća od one u plaštu

→ da bi našli koje zrake ulaze u jezgru moramo naći kritični kut i_c

$i > i_c$ ⇒ zrake na granici kora-plašt su totalno reflektirane i ne ulaze u jezgru



SNELL:

$$\frac{\sin i_c}{v} = \frac{1}{2v} \Rightarrow i_c = 30.0^\circ$$

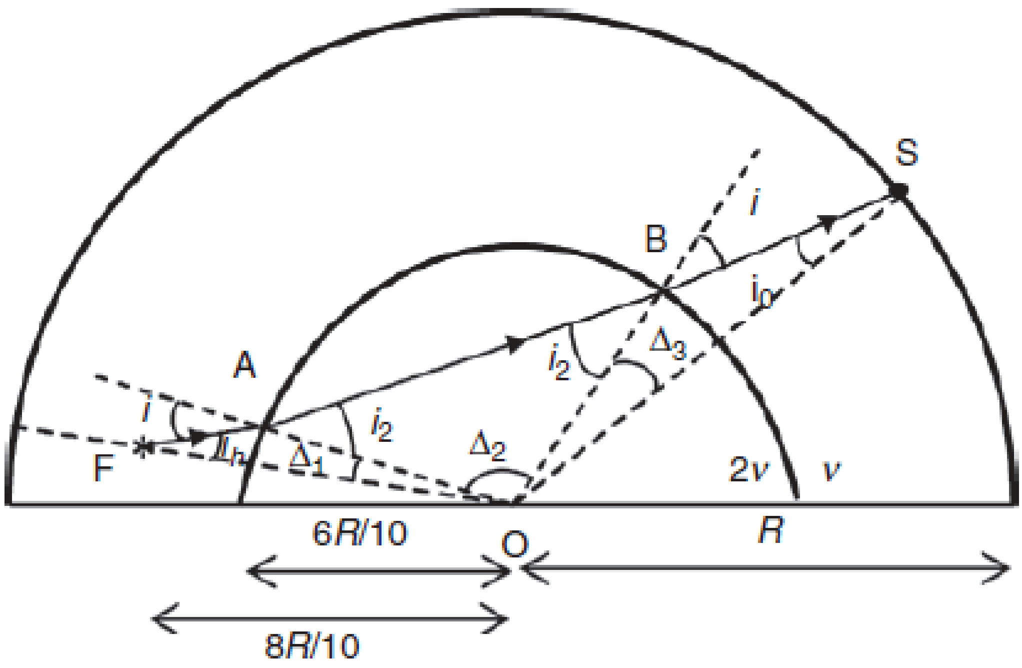
I sada računamo, upotrebom SNELL-ovog zakona kut i (kut pod kojim zraka upada na jezgru) ako iz žarišta izlazi pod kutem i_h = 15°

$$\frac{\frac{8}{10} R \sin i_h}{v} = \frac{\frac{6}{10} R \sin i}{v} \quad \Rightarrow \quad i = 20.2^\circ$$

kut i(20.2) < i_c(30°) i manji je od odgovarajućeg kuta za maksimalnu udaljenost od 48.6° ⇒ zraka ulazi u jezgru

$$i(20.2) < i_c(30^\circ) < \Delta_{max}\ (48.6^\circ)$$

b)



SNELL:

$$\frac{\frac{8}{10}R\sin i_{\mathrm{h}}}{v} = \frac{\frac{6}{10}R\sin i_2}{2v} \quad \Rightarrow \quad i_2 = 43.7^\circ$$

trokut FOA i trokut AOB ⇒ dobijemo Δ_1 i Δ_2 (slika)

trokut FOA: $i_{\mathrm{h}} + \Delta_1 + 180 - i = 180 \Rightarrow \Delta_1 = 5.2^\circ$

trokut AOB: $i_2 + \Delta_2 + i_2 = 180 \Rightarrow \Delta_2 = 92.6^\circ$

SNELL: da nađemo i_{o} kut incidencije na površini i Δ_3

$$\frac{\frac{6}{10}R\sin i_2}{2v} = \frac{\frac{6}{10}R\sin i}{v} = \frac{R\sin i_{\mathrm{o}}}{v} \quad \Rightarrow i_{\mathrm{o}} = 11.9^\circ$$

$$\Delta_3 = i - i_{\mathrm{o}} = 8.3^\circ$$

Epicentralna udaljenost zrake je:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = 106^\circ$$

c) vrijeme putovanja vala:

$$t = \frac{\overline{\mathrm{FA}}}{v} + \frac{\overline{\mathrm{AB}}}{2v} + \frac{\overline{\mathrm{BS}}}{v}$$

gdje su

$$\overline{\mathrm{FA}} = \sqrt{\left(\frac{8R}{10}\right)^2 + \left(\frac{6R}{10}\right)^2 - 2\frac{8}{10}R\frac{6}{10}R\cos\Delta_1} = 0.21\,R$$

$$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{\left(\frac{6}{10}R\right)^2 + \left(\frac{6}{10}R\right)^2 - 2\frac{6}{10}\frac{6}{10}R^2\cos\Delta_2} = 0.87\,R$$

$$\overline{\mathrm{BS}} = \sqrt{\left(\frac{6}{10}R\right)^2 + R^2 - 2\frac{6}{10}RR\cos\Delta_3} = 0.42\,R$$

odakle:

$$t = 1.07\frac{R}{v}$$